שקול ל-

מעבר אחרון מא"ס.

ואם נעביר אגפים נקבל את הא"ש השני.

**A picture containing sky, text, photo, map

Description automatically generated**

**משפט:**

האלגוריתם מחזיר שידוך חוקי מקסימלי בגודלו.

**ט"ע 1-**

לכל זרימה חוקית ממיר הפלט מתאים שידוך חוקי.

**ט"ע 2-**

תיהי Z קבוצה שמוחזר ע"י האלגוריתם, ו-f הזרימה שמוחזרת ע"י הקופסא השחורה. מתקיים

**ט"ע 3-**

אם קיים שידוך מגודל k, אז קיימת זרימה מגודל k ב-N.

**הוכחת נכונות:**

לפי ט"ע 1, השידוך שהאלג' מחזיר חוקי. נראה כי השידוך M שמוחזר הוא מקס'. נסמן ב-M\* שידוך מקסימלי. לפי ט"ע 3 קיימת זרימה f שגודלה |M\*|. בגלל שהקופסא השחורה מוצאת זרימה מקסימלית נסמנה ב-f\* מתקיים:

לפי ט"ע 2, נקבל:

מחיבור שני הא"ש נקבל:

מכאן אופטמליות הפתרון. מש"ל.

**A picture containing sky, text, photo, map

Description automatically generated**

**הוכחת טענות העזר**

**ט"ע 1-**

לכל זרימה חוקית ממיר הפלט מתאים שידוך חוקי.

**הוכחה:**

מכיוון ודרגת הכניסה לכל צומת x הוא אחד אז בזרימה חוקית דרגת כל יציאה מצומת x היא גם אחד (שימור זרימה), כלומר יש שידוך בודד לכל x. בצורה דומה מראים לכל y.

**ט"ע 2-**

תיהי Z קבוצה שמוחזר ע"י האלגוריתם, ו-f הזרימה שמוחזרת ע"י הקופסא השחורה. מתקיים

**הוכחה:**

לפי הגדרה-

לכל x שעבורו , לפי שימור זרימה יש קשת יוצאת מ-x אשר הזרימה חיובית ממש. כלומר האלג' יחזיר איבר נוסף בשידוך המוחזר Z. מכאן מתקיים .

**ט"ע 3-**

אם קיים שידוך מגודל k, אז קיימת זרימה מגודל k ב-N.

**הוכחה:**

נגזיר זרימה מגודל k:

*ולשאר זוגות הקודקודים נגדיר את הזרימה מינוס הזרימה בכיוון שהוגדר.*

*המשך בע"פ...*